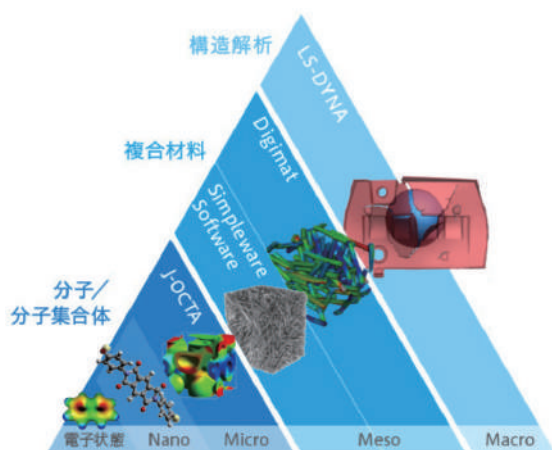


# 破折歯研究室報告

○ 牧和宏 安藤正明 栗田知之 坂本眞智子  
鈴木章 中島昌伸 畑岡拓 樋口文雄

牧歯科医院 〒030-0862 青森県青森市古川1-16-11



(図1) マルチスケールモデル JSOL Corporation 編

「ものが壊れる」とは「究極的には原子や分子の結合が切れる」事で、原子や分子の結合には原子核の周りの電子が関与している。

つまり量子力学の世界だ。一方、破壊と言うものは一般的には「力」が関与していて我々の現実世界でも容易に観測できる。つまり古典力学の世界だ。理論や実験が、この量子力学の世界と古典力学の世界の境界を超えるのは相当難しいはずである。しかし、現実には破壊あるいは破折といった現象はいつもたやすくこの垣根を超えて日常茶飯事的に起きている。不思議だ。

人間はこの「ものが壊れる」という現象に単なる好奇心から興味をもったのでは決してなくて、文明の進歩に伴って建造物や乗り物が巨大化するにつれて予期せぬ破壊が起こり、大惨事に至るので、必要に狭まれて研究を始めた、のだと思う。破壊研究の歴史的な流れもやはりマクロ的な観点からミクロ的な観点に至る、という(図1)のようなマルチスケールをたどっている。

破壊力学あるいは破壊工学の前にはできたのが材料力学、材料工学、と呼ばれるもので、マクロ的な事柄を扱うのが材料力学である。材料力学の始まりは「フックの法則」だ。14世紀から16世紀にかけてルネッサンスの時代を経た17世紀の科学

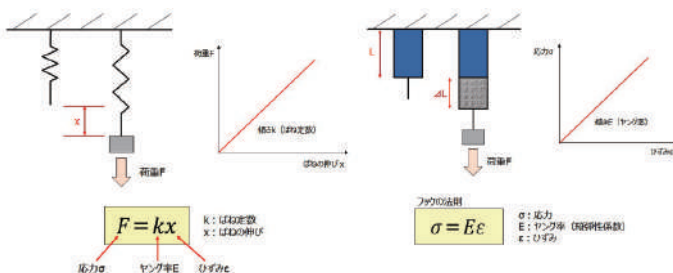
革命の時代がそのスタートになっている。

「バネの伸び縮みがかかっている重さに比例する」という、現代人には当たり前すぎる事が破壊力学の基礎である。

具体的にフックの法則について、(図2)は中学の理科で習うバネの法則で「荷重とバネの伸びが比例する」というもの。(図3)は(図2)と全く同じ原理を述べているが、バネが一般的な物質になっている。そして、荷重は応力、バネ定数がヤング率、バネの伸びがひずみ、と言い換えている。

バネはもともと金属を細く長くして幾重にも巻いたものだ。それをずーっと伸ばしていけば(図3)のようなまっすぐな物資、バネの場合は金属であるが、その物質になってしまう。あるいは、高校の化学で習ったように、原子どうしはお互いバネのようなもので繋がっていると考えれば、なお(図2)と(図3)が同じことを言っている事が分かりやすい。

では「ヤング率」「ひずみ」「応力」とは何か、ということの説明する。



(図2)

(図3)

エネルギーという概念を最初に唱えたイギリスのトマス・ヤング(1773～1829)に由来するヤング率はバネ定数と同じものだが、ヤング率には単位があり、応力と同じ単位である。何故なら「ひずみ」が $\Delta L/L$ と、割合を表すもので単位が無いからだ。ヤング率が大きければ物質は硬く、小さければ柔らかいと言える。ヤング率には縦弾性係数、の他に横弾性係数というものもある。

もともと、「応力」は材料力学のテクニカルターム、術後だったものであり、心理学が拝借したものである。したがって、応力という言葉は聞いた事がなくても、ストレスという言葉はよく聞くしもうほとんど日本語になっている。(図4)のように、外からの力で、何かの内部に発生するものとして共通するものがあつたわけだ。従って、重力とかと同じように、しかし光とかとは異なって目に見えない実体の無いものである。



(図4)

だから、応力は想像力を働かせてそこに存在すると思わなければならない。応力には、「曲げ応力」とか「圧縮応力」とか「ねじれ応力」とかあるが、究極的には今から述べる二種類に集約される。垂直応力と剪断応力である。垂直応力は物を分断するように働く力で、剪断応力は鋏の様に物をずらして分離させるように働く力だ。

まず垂直応力から。

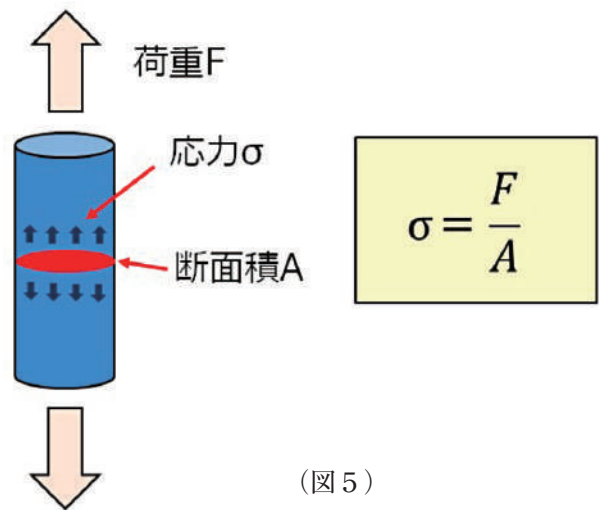
(図5)のように上下に垂直に力Fで引っ張られている青い物体があるとする。この物体は上にも下にも動かない。上下に同じ力で引っ張り合っているから当然だ。

そうしたら、力Fに垂直などこか似意の面Aを考える。その面を境にして物体の上の部分に注目すると、上の部分は力Fによって上へ引っ張られているが上へ動いていないから同じ力で下に引っ張られていなければならない。その力が、面Aの下部にある応力群、応力の群れだ。「群れ」と述べたのは、応力が「Fの単位面積あたりの力」と定義されているからである。

物体の下の部分も同じように考えられる。

似意の仮想の面はどこに取っても同じだから、物体の内部が一樣に等しければ、応力は一樣に同じように存在している、と考えられるわけだ。

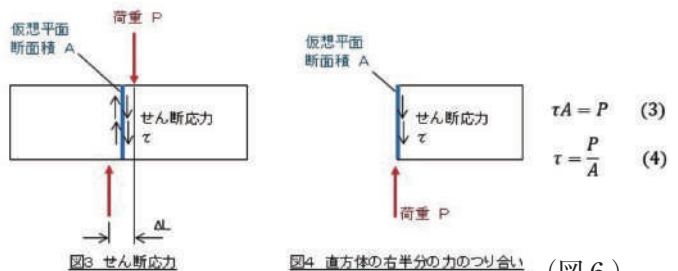
つまり物体の内部にどこか一点極々小さい「微小部分」を取ると作用反作用の法則を満たした一对の応力が働いていることになる。



(図5)

この垂直応力が面に垂直なのに対して、(図6)の剪断応力は面に平行、あるいは面上の応力として定義される。

垂直応力の場合と同じように仮想平面で切ってみると外力と応力の釣り合いが成り立ち、剪断応力も物質内部に一樣に存在しているわけである。そしてその時発生する下図の横方向の「ひずみ」も応力に比例し、その比例定数を「横弾性係数」、あるいは「剪断弾性係数」と言う。

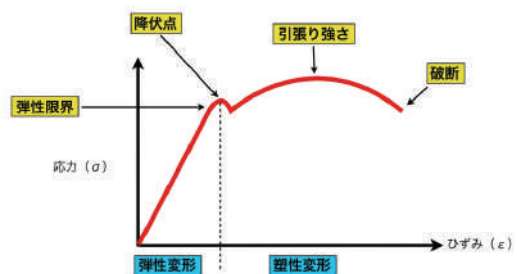


(図6)

(図7)は典型的な応力ひずみ曲線である。これは

金属とかに見られる伸びる性質がある延性材料の振る舞いであり、一旦塑性変形すると元の形には戻れない。一方、ガラスなどの硬くて脆い材料はこの図の最初の部分だけの振る舞いをし、壊れない限りは弾性変形し、元の形に戻ることができる。それらは脆性材料と呼ばれている

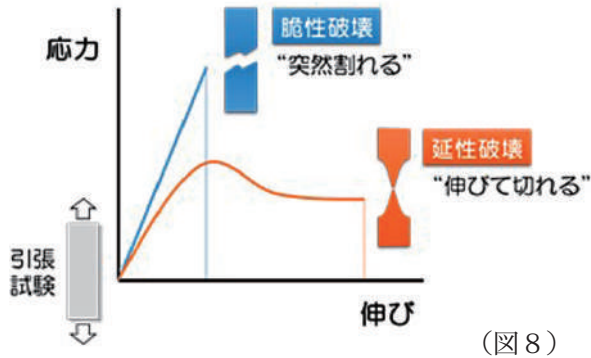
**応力、ひずみ曲線**



(図7) 脆性材料と延性材料

応力ひずみ曲線は規格化された引っ張り試験なるものを行なって描かれるわけだが、脆性材料と延性材料とでは最後の壊れ方が異なる。

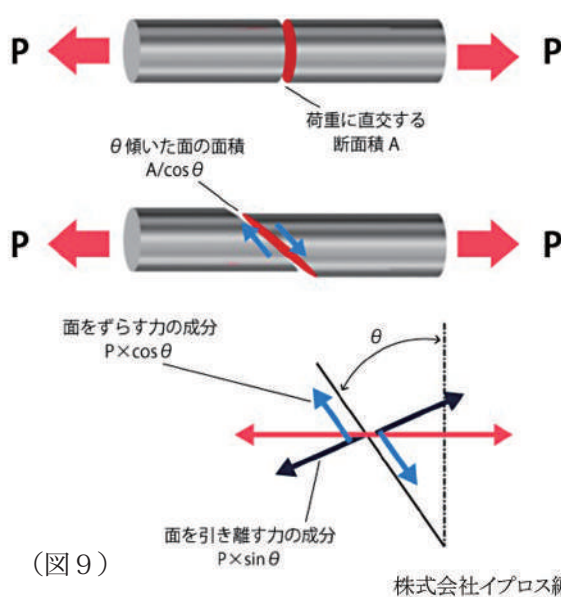
図8の様に脆性材料は突然割れる様に壊れるのに対し、伸びて切れる様に壊れるのが延性材料の特徴だ。この延性材料の壊れ方を詳しく見てみると、伸びて切れる前にくびれができるが、果たしてこれは何なのか？



(図8)

塑性変形していく際に働いているのが先述した、剪断応力だ。

まず、(図9)の上の図で、引っ張りの外力Pが働いていると断面積Aの部分にP/Aという垂直応力が働いている。次に、2番目の図を見て、角度シータ傾いた面を考える、その部分を拡大したのが3番目の図で、赤い矢印の垂直応力はもちろんベクトルだから角度θ傾いた面に垂直な成分(黒い矢印)と面に沿った成分(青い矢印)に分解できる。この青い矢印の応力がこの面に働いている剪断応力にあたり、θが45度で最大になる。この時のひずみが引っ張り試験におけるくぼみとして現れるわけだ。



(図9)

株式会社イプロス編

1912年に起こったタイタニック号の海難事故の後、チャールズ・イングリズ(1875～1952)という英国人が破壊工学上非常に重要な説を発表した。「応力集中」という概念だ。この応力集中という言葉は、単に応力が集中するとい現象を述べた言葉ではなく、材料工学や破壊工学の分野のテクニカルタームである。

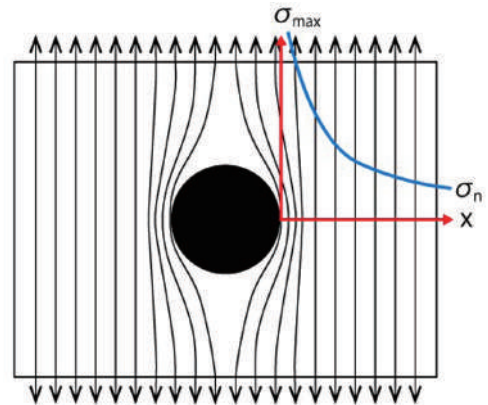


図10

その概念の説明上、物理学特有の状況や条件の抽象化、あるいは一般化が行われる。例えば「体積を持たず質量のみをもつ質点m」といった類のことだ。

まず、(図10)で、縦横に無限広く一定の厚さがあり、中身が均一な無限平板があるとする。この板が無限遠方で上下に引っ張られているとすると、板の内部が無傷の場合はこの図の左右の端のように応力が均一に分布しているはずだが、内部に円形の欠陥があれば、応力の分布は図の様に歪んでしまう。

実感するために、図を見て楽器のハープを想像し、想像したハープの弦の太さと張りの強さは一定で、その数が無数で隙間なく並んでいると仮定する。その無数の弦の中に図の様にピンポン玉を入れたとすれば、図と同様な隙間がピンポン玉の上下にでき、左右に弦が集められた状態が出現するはずだ。そして、ピンポン玉の左右の端は弦の束によって凹んでしまうかもしれない。

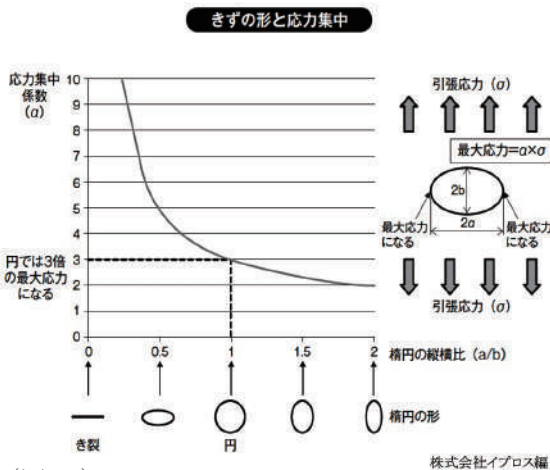
まさに同じことが均一な板の中の円の周りの応力の分布に起こっている。そしてこの左右の一点に応力が集まる現象を、そのまま「応力集中」と名付けたわけだ。

(図10)の赤い矢印は座標軸を示していて、X座標が円の端に近づけば近づくほど応力がノーマルな値からどんどん高くなって最大値に達する、ということを示している。この時の最大応力がノーマルな応力の何倍になっているのかを示すのが、「応力集中係数」と呼ばれるものだが、それを算出する一般式はない。個々のケースに応じて理論、数値計算、実験によって求めるしかない。

個々のケースでハンドブック的にまとめられているのだが、その一部が(図11)だ。円の場合は3倍だが、楕円の場合はグラフから5倍くらいになる。先ほどの想像上のハープの中にラグビーボールを横に入れたらものすごく窮屈になるが、縦に入れたら楽々だ、と思えるのでこの数値も妥当かと思える。

さらに、この楕円の端をインレー窩洞の近遠心と考えれば、咬合圧やインレー装着時の加圧が垂直応力を発生させ、応力集中現象が近遠心に破折を起こす、というストーリーも考えられないであろうか。

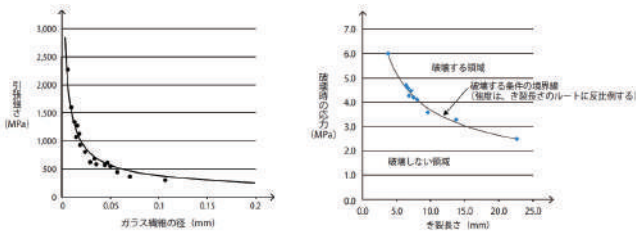
最後に、楕円の穴をどこまでもどこまでも細長くして行くと亀裂になるはずだが、そうすると亀裂の先端では応力集中係数が無限大になり、無限に0に近い応力で破壊が起きてしまふことになり、この世に亀裂というものが存在不可能ということになってしまう。この解決には次のパラダイムシフトが必要だったわけだ。



(図11)

イングリスが応力集中の概念を発表した、7年後に登場してくるのが、「破壊力学の母」と称えられている英国のグリフィス (1893 ~ 1963) だ。

亀裂に関して起こる応力集中の矛盾を解決しようと思えば、まず太さを変えたガラス繊維を引っ張り試験にかけて引っ張り強さを測定した。

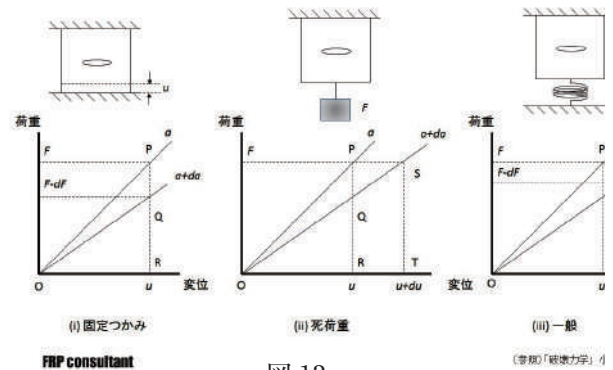


(図12)

これは、原子と原子との結びつきを断ち切る破壊が実際の結びつきの強さの理論値より10分の1以下で起こるのは材料の中に欠陥があり、そこから破壊が進展するのでは、という自分自身の仮説を証明しようと考えたからである。

結果は(図12左)のように細いガラスほど破壊されにくい、ということが判明した。ガラスの中の亀裂が太さの直径よりは大きく無い、と仮定すれば、ガラス内部の亀裂のサイズが破壊の重要な要因になっていると彼は考えた。

次に、ガラス球のガラス内部の亀裂の長さや破損時の気圧の大きさの関係を研究した。その結果、(図12右)の様に破壊時の圧力とガラスの傷の長さの平方根の積の値が常に一定である、つまりガラスの強度は、亀裂の長さのルートに反比例する、ということが分かった。ガラスなどの脆性材料は亀裂が長ければ長いほど壊れてしまいやすいと言える。そして、もし破壊する条件の境界線に沿って応力が小さくなっていけば破壊は起こらず亀裂が進展していく、とも言えるわけだ。



グリフィスは亀裂の進展、亀裂の成長という事が起こる仕組みを熱力学第1法則(エネルギー保存則)の観点から説明した。エネルギーはいろいろな形態を取る。位置エネルギー、運動エネルギー、熱エネルギーなどだが「エネルギーとは?」と言ったら「何かある事を成す可能性を持っている状態」と思えばわかりやすい。

条件を簡単にして(図13)の様な三ケースで考える。例によって均一な平板を考えるが今回は無限ではなく、上の部分は固定されている。各々の楕円の穴は長さaの亀裂と考える。

ケース1は、平板に引っ張り力をかけてひずみが生じている状態で下も固定している場合である。初めは荷重Fで歪みuでフックの法則のグラフを描ける。この時の平板内部の弾性エネルギーは三角形OPRの面積に等しい。バネ定数kのバネがx伸びたときのバネが持つ弾性エネルギーは  $\frac{1}{2}kx^2$  になるからだ。

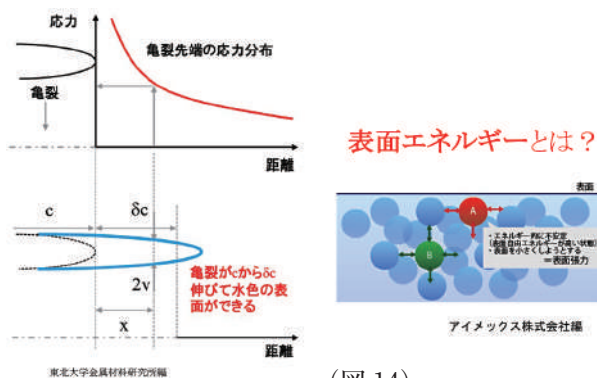
その後亀裂が da だけ進展したとすれば平板にかかる応力が d F だけ減ることになる。亀裂が進展した分のバネが減ったと考えれば分かり易い。並列のバネが何本か減った分、総体のバネの強さも減り、ヤング率が小さくなったグラフが描けてその時の弾性エネルギーは三角形 OQR の面積となる。つまり三角形 OPQ の面積分エネルギーが減ったことになる訳だ。

次に荷重は一定でひずみが増えるケース 2 の場合。亀裂が da だけ進展したとすればケース 1 と同じようなグラフが描ける。しかしケース 1 と違ってケース 2 の場合は、一定の力 F が作用し続けて F × du の仕事がこの平板になされているので、熱力学第 1 法則から、その分平板の内部エネルギーが増加しているはずだ。したがって本来平板が持っているべき内部エネルギーは四角形 OPST の面積だが、平板の弾性エネルギーは三角形 OST の面積だから、やはり三角形 OPS の面積分のエネルギーが足りない。

さらに、ケース 3 の場合は最も一般的な場合で、亀裂が進展して、かかっている力は減るがひずみは伸びる、という場合だ。この場合もやはり前の二例と同様に三角形 OPU の面積分エネルギーが減る。

ところで、ケース 2 とケース 3 の変位の微小部分 du は極々わずかなはずで、ケース 2 の三角形 PQS とケース 3 の三角形 PQU の面積は実質無視できると考えれば、全てのケースで亀裂が進展することで失われたエネルギーはケース 1 の三角形 OPQ の面積にほぼ等しいと考えられる。

そのエネルギーはどこへ行ったのであろうか？



(図 14)

グリフィスはその減ったエネルギーは、亀裂が進展することによって新たに出現する物質の表面の「表面エネルギー」として使用されたと考えた。

表面に存在する分子 A (図 14 右では赤色) は、左右と下から分子間の相互作用を受けるが、表面からは何も受けない。一方、物質の中の方にある分子 B (図 1 4 右では緑色) は、自分の周囲から

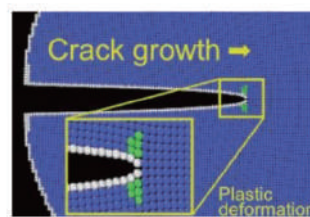
等しく相互作用を受けている。表面側にいる分子はエネルギー的に不安定で、これを「表面自由エネルギーが高い状態」と言う。

表面自由エネルギーが高い場合、低い状態に移行しようとするので、表面を小さくしようとする。これが、表面張力が発生する原理である。

表面張力というと液体特有のイメージだと思うが、固体の表面分子にも表面張力はある。ただし液体のように自由に形状を変えることができない。表面のエネルギーが高くて不安定な時、液体のように形状を変えることができないため、表面に他の粒子を付着させることで安定化しようとする。表面自由エネルギーが高ければ高いほど付着しやすくなる、という事だ。我々の分野では接着性レジジンが効果的と言えるのかもしれない。

つまり、(図 14 左) の様にガラスなどの脆性材料は亀裂先端の応力が上図の赤い線に沿って変化するうちは物質の亀裂は伸びていくしい、応力が赤い線の下であればそのまま、上になれば破壊が起こる、とグリフィスは考えた。彼は数値計算によって「応力拡大係数」なるものを算出した。「応力」と「亀裂の長さの平方根」の「積」、で表される、まさにこの赤いグラフの関数の定数部分である。(応力集中係数と混同しない様に)

しかしグリフィスの理論は脆性材料にのみ適合していて、金属などの延性材料では応力拡大係数と実験値が大きくかけ離れる、という問題点があった。



(図 15)

$$\frac{\sigma_n^2 \pi a}{E} > 2\gamma_s$$

$$\frac{\sigma_n^2 \pi a}{E} > 2(\gamma_s + \gamma_p)$$

$$K = \sigma_n \sqrt{\pi a}$$

次に、登場したのが第二次世界大戦頃に活躍したアーウィンである。アーウインは海軍の研究室で当時日本との戦で必要になった大量の輸送船が何百隻も真っ二つに割れて沈没してしまう現象に対して、その原因を理論的に解き明かし「破壊力学の父」と称されている。母と父が揃い、破壊力学は戦後から現在に至るまで急速に発展しているのだと思われる。

一般には金属のような延性材料はたとえクラックが存在していてもガラスのような脆性材料の様には直ぐには破壊しない。それは延性材料特有の性質である塑性変形が関係しているからだ。転位

によるズレが進展する亀裂の先端で起きている、とアーウインは考えた。(図15)の左図のグリーンの部分に応力特異点として、この部分で「表面エネルギーの増加」と「塑性変形に必要なエネルギー」の両方に弾性ひずみエネルギーが使われる事を示したのが右の式である。ガンマ<sub>s</sub>は表面エネルギー(surface energy)の値、面は二つ出来るので2倍してある。

シグマ<sub>n</sub>は亀裂がない時の平均応力、aを亀裂の長さ、Eはおなじみ縦弾性係数のヤング率、パイは円周率で定数、とすればグリフィスの式は応力や亀裂の長さが大きくなって表面エネルギーの値を越すと急速に破壊が起こる、という式であり。一方アーウインはガンマ<sub>s</sub>に塑性変形に必要なエネルギーガンマ<sub>p</sub>を加えて補正し、その式から応力拡大係数というシンプルな変数を定義し、金属などの延性材料でも亀裂が進展して急速に破壊する条件を示した。

有髄歯の象牙質は細管の中に有機質を含む分エナメル質や無髄歯よりも延性があると思えるが、やはり同じ様にクラックが進展し破壊、つまり分離破折に至る、と考えられると思う。

以上の事から分かった事が二つある。

まず物質の中に欠陥があると「応力集中」という現象が起こり、それは欠陥の形態により細くて長いとより大きくなる、という事だ。応力集中係数のことだ。内部に欠陥の無い外側だけがクラウンで覆うわれた有髄歯は応力集中係数がゼロなので破折が非常に少ないのだと思われる。

次に、完全に分離した状態ではなくいわゆるクラック、亀裂の状態だとそれにかかる応力の大きさだけでなくその長さにより分離するかどうかが決まり、その時はエネルギーの流れが関係している。応力拡大係数のことだ。したがって、我々が扱う歯の場合でも「亀裂」と「分離」を区別する必要があるのではなかろうか。

亀裂の進展にはエネルギーが関与している。エネルギーは蓄積するので、たとえ弱い応力であっても破折に至る可能性はある。その様な可能性を示唆する症例が栗田先生と坂本先生から提示される。

破折歯の研究を始めてから歯を注意深く観察するようになったのだが、修復物や充填物を除去した後、亀裂や亀裂らしき物がやたらと目につく様になった。症状のある無しに関わらずである。そ

れで「もしかしたら亀裂の発生は頻繁に起こっているがほとんどの場合そのまま問題なく経過しているのかも」という考えに至ったわけだ。

しかし、ここで注意すべきことがある。今までの話は生物の話ではなく、有機質に対しての無機質での話であった。生体の内部では応力集中という現象は起きにくい、と言われている。エラスチンなどのコラーゲンが幾重にも絡まって超弾性を示すからと考えられている。

歯髄などの軟組織ではそうだと思うのだが、歯の硬組織ではやはり今まで話したようなことが起こると考えていいと思う。事実亀裂や分離を頻繁に目撃するわけだから。ただ、唯一無機質と違う所がこの再石灰化といった修復機能が生体には備わっている、という事では無いだろうか。もしそうだとすれば、我々は出来るだけ早く有髄歯のクラックを発見し、我々が持つ、3Mix-MPとCRインレー直接法という強力な二つの武器を使ってそれに立ち向かうべきである。

有髄歯には破折が起こりにくいのは誰でも実感としてあると思うが、有髄歯のクラックに気づくのは結構難しいはずだ。その、一例となるような症例の報告を畑岡先生と白井先生から提示していただく。

その後、樋口先生からの報告があり、「クラックの入った有髄歯の歯根外形線について」に続く。